



REPUBLIKA SLOVENIJA

MINISTRSTVO ZA ŠOLSTVO IN ŠPORT

www.mss.gov.si, e: gp.mss@gov.si
Masarykova 16, 1000 Ljubljana
t: 01 400 54 00, f: 01 400 53 21



Naložba v vašo prihodnost
OPERACIJO DELNO FINANCIRA EVROPSKA UNIJA
Evropski socialni sklad



Milan Ambrožič, Zlatko Bradač, Andrej Nemec
Fakulteta za naravoslovje in matematiko, Univerza v Mariboru

Električna prevodnost in perkolacijska teorija

Strategija (metoda): skupinski poskus z verjetnostjo, uporaba dveh simulacijskih računalniških programov

Starostna skupina: 9. razred OŠ, SŠ (vse srednje šole, vključno z gimnazijo)

Kompetence, ki se razvijajo (spodbujajo):

- a) Predvsem naslednje generične kompetence: sposobnost interpretacije in sinteze sklepov, sposobnost skupinskega dela, medosebna interakcija, uporaba matematičnih idej in tehnik
- b) predmetno-specifične: iznajdljivost pri zamisli in načrtovanju nenavadnih poskusov
- c) Dodatna pomembna ključna kompetenca: digitalna kompetenca

Umestitev v učni načrt: Električni tok

Predmet: fizika



A) Teoretični del

Perkolacijska teorija je v drugi polovici 20. stol. doživela velik znanstveni razmah, posebno pri svoji teoretični interpretaciji. Njen razvoj so najbrž spodbudile geološke raziskave; eno od vprašanj v teh raziskavah je bilo: pod katerimi pogoji (poroznost kamenin, oblika in velikostna porazdelitev por, itd.) lahko voda pronica (perkolira) skozi kamnite plasti. Ker je to v bistvu geometrijski problem (kdaj tvorijo pore povezano mrežo?), je perkolacijska teorija kmalu našla svoje mesto tudi na drugih znanstvenih področjih, npr. pri študiju električnih lastnosti kompozitov, sestavljenih iz prevodne in neprevodne komponente. Če je takšen kompozit na primer keramika (ki je navadno odličen električni izolator) s kovinskimi delci kot prevodno komponento, potem mora biti prostorninski delež kovine dovolj velik, da je celoten kompozit prevoden. Kovinski delci morajo namreč omogočati prevodno pot od ene elektrode do druge. To ni samo akademski problem, saj imajo takšni kompoziti – kermeti (ker = keramika + met = metal) velik tehnološki pomen. Keramika kot večinska komponenta lahko daje kompozitu dobre mehanske lastnosti (trdnost, trdota, obrabna obstojnost, kemijska inertnost), kovina pa s svojim prostorninskim deležem določa električno prevodnost.

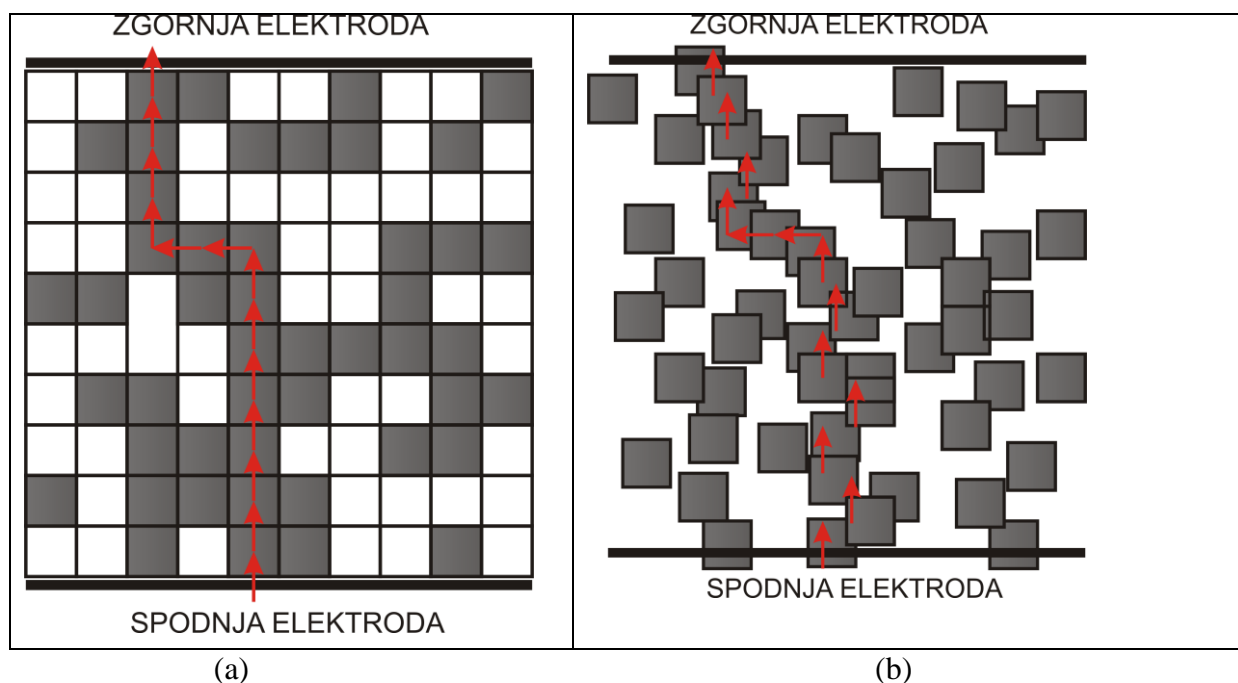
Ključni podatek za takšne kompozite je perkolacijski prag, to je mejni prostorninski delež prevodne komponente, nad katero postane celoten material električno prevoden. Perkolacijski prag je zelo odvisen od geometrije problema:

- 1) Dvodimenzionalni (2D, prevajanje zelo tanke plasti) ali tridimenzionalni (3D, prevajanje materiala, kjer so vse tri dimenzije velike) problem
- 2) Oblika prevodnih delcev (npr. v 3D: idealne krogle ali pa elipsoidi ali dolge prevodne paličice ali diski)
- 3) Velikostna porazdelitev delcev. Računalniške simulacije in poskusi pokažejo, da je perkolacijski prag najmanjši, če so vsi prevodni delci enako veliki.
- 4) Homogenost, urejenost ali nered (npr. urejenost smeri prevodnih paličic), itd.

Z razvojem računalnikov so postale v teoretičnih raziskavah perkolacije poleg analitičnih prijemov na osnovi verjetnostnega računa popularne tudi razne Monte Carlo simulacije. Pri njih gre za računalniško simulacijo naključnosti – računalniški program na osnovi naključnega generatorja števil »meče kocko«, npr. pri določanju naključnih položajev prevodnih delcev v keramični matriki. Pri matematičnih modelih za perkolacijske probleme (pa naj so računalniško podprti ali ne) moramo predvsem razlikovati med *mrežnimi* in *zveznimi modeli*. Za večjo nazornost razložimo razliko med obema skupinama modelov na primeru problema električne prevodnosti v dveh dimenzijah, kar je tudi tema tega gradiva. Pri 2D mrežnem modelu vzamemo urejeno mrežo pravilnih likov (kvadratov, pravokotnikov, enakostraničnih trikotnikov ali šestkotnikov, rombov, itd.), ki mrežo lepo izpolnjujejo. Čeprav imamo v tem primeru položajno urejenost likov (vzemimo kvadratke), gre še vedno za neke vrste naključnost, ki je bistvena sestavina perkolacijske teorije: nekateri kvadrati so prevodni, drugi pa ne in to je naključno določeno. Nasprotno imamo pri zveznem modelu prevodne kvadratke postavljene na neprevodnem ozadju povsem naključno. Razlika med



mrežnim in zveznim modelom s kvadrati kot prevodnimi delci je prikazana na sliki 1. Navadno so zvezni modeli bolj realistični, vendar je matematična obravnava mrežnih modelov lažja. Pri zveznih modelih navadno dovoljujemo delno prekrivanje kvadratkov, saj se analiza in programiranje modelov izredno zaplete, če dovolimo le njihovo dotikanje. Pri modeliranju pri vsaki naključno izbrani konfiguraciji kvadratkov preverimo, ali je nastala prevodna pot med dvema elektrodama, npr. med spodnjo in zgornjo elektrodo na sliki 1. Za mrežni model vzamemo sodilo, da je med sosednjima prevodnima kvadratkoma prevodni stik, če se dotikata s celo stranico, ne samo z ogliščem.

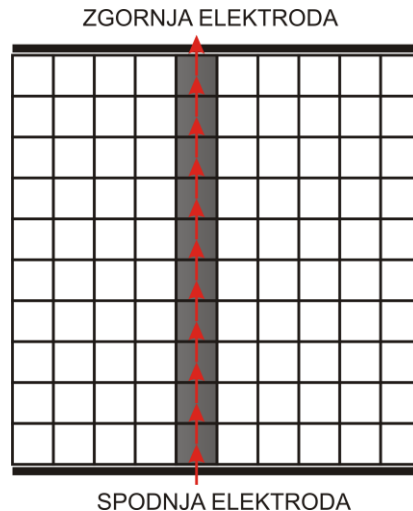


Slika 1: Razlika med mrežnim (a) in zveznim (b) modelom (v splošnem bi lahko bili kvadrati tudi različno zasukani). Prevodni kvadrati so temni. V obeh primerih je kriterij prevajanja med elektrodama izpolnjen, saj obstaja prevodna pot med njima (lahko je več takšnih poti), nakazana s puščicami.

Za obravnavo v šoli se osredotočimo na 2D mrežni model s kvadrati (slika 1a). Ključni podatek za ta model je verjetnost p , da je poljubni kvadrat (ko sestavljamo njihovo mrežo) prevoden. Če je npr. $p = 60\%$, potem bo približno 60% vseh kvadratov prevodnih, 40% pa neprevodnih. Paziti moramo tudi na razliko med zelo velikimi (praktično neskončnimi) mrežami kvadratov in končnimi mrežami. Če je mreža zelo velika (npr. milijon \times milijon kvadratov), je kljub naključnosti položajev prevodnih in neprevodnih kvadratov perkolacijski prag natančno določen: $p_C \approx 59\%$. To pomeni: prevodnih kvadratov mora biti vsaj 59% , da nastane prevodna pot med spodnjo in zgornjo elektrodo. Če imamo na razpolago na milijone prevodnih in temu ustrezen delež neprevodnih kvadratov in seveda neomejen čas (zato takšno opravilo raje prepustimo računalniškim simulacijam!) ter z rokami mešamo kvadratke, preden jih razporedimo v mrežo, bomo vsakič sestavili drugačno razporeditev.

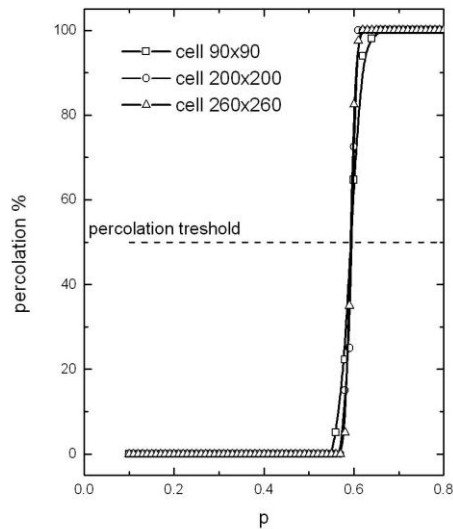


Vendar če je $p = 59\%$ ali več, bomo vsakič našli prevodno pot med elektrodama. Če je p precej večji od 59% , bomo prevodno pot našli lažje, zato tudi sama prevodnost sistema močno narašča nad perkolacijskim pragom. Za $p < 59\%$ pa nikoli ne dobimo prevodne poti. Pozor: lahko bi načrtno sestavili takšno porazdelitev kvadratkov, da bi vseeno nastopila prevodna pot, pa čeprav je verjetnost p precej manjša od 59% , kot prikazuje slika 2. Vendar pa to ni naključna razporeditev, o kateri govori perkolacijska teorija.



Slika 2: Izjemen (redek) primer prevodne poti daleč pod formalnim perkolacijskim pragom 59% za zelo velike mreže. To se lahko zgodi le pri zelo majhnih mrežah.

In tu nastopi bistvena razlika med majhnimi in velikimi mrežami, ki se je moramo ves čas zavedati. Recimo, da imamo majhno mrežo, npr. 10×10 kvadratkov in p samo 10% (torej 10 prevodnih kvadratkov od 100), pa da z zavezanimi očmi jemljemo pomešane kvadratke in jih postavljamo v mrežo. Tedaj se nam lahko zgodi, da ustvarimo prevodno pot, prikazano na sliki 2, vendar je verjetnost za to izredno majhna, čeprav teoretično večja od nič. Če pa imamo veliko večjo mrežo (npr. milijon \times milijon), je verjetnost, da bomo naključno izbrali takšne poti kot na sliki 2, povsem zanemarljiva. Iz tega sledi pomembna ugotovitev: medtem ko je perkolacijski prag pri neskončni mreži točno določen, je pri končni mreži razmazan čez širše območje verjetnosti p . To območje je tem širše, čim manjša je mreža. Zgled rezultatov Monte Carlo simulacije, ki smo jo naredili za različno velike mreže, prikazuje slika 3. Govorimo o perkolacijski verjetnosti P , ki jo moramo razlikovati od verjetnosti p (deleža prevodnih kvadratkov). Perkolacijska verjetnost P pomeni tole: če sestavimo veliko število različnih naključnih konfiguracij prevodnih in neprevodnih kvadratkov pri dani velikosti mreže (npr. 90×90 na sliki 3) in pri dani vrednosti p , potem bo pri nekaterih konfiguracijah nastopila prevodna pot med nasprotnima elektrodama, pri drugih pa ne; P pomeni delež tistih konfiguracij s prevodno potjo. Pri dani velikosti mreže je P (oznaka percolation % na sliki 3) funkcija p . Le pri neskončni mreži je prehod nenaden: $P = 0$ pri $p < p_c$ ter $P = 100\%$ pri $p > p_c$. Čeprav prehod med $P = 0$ in $P = 100\%$ pri končnih mrežah ni skokovit, se da vseeno smiselno definirati natančno vrednost perkolacijskega praga p_c : to je tista vrednost p , kjer je $P = 50\%$ (presečišče krivulj s črtkano črto na sliki).



Slika 3: Funkcijska odvisnost perkolacijske verjetnosti P (spremenljivka na navpični osi) od deleža prevodnih kvadratkov p . Tudi pri končnih mrežah, ne le pri neskončni mreži, je perkolacijski prag približno $p_C = 59\%$ (tam je namreč $P = 50\%$). Vidimo, da je celo pri najmanjši mreži 90×90 perkolacijski prehod razmeroma ozek in strm, še bolj pa to velja za večje mreže. Pri veliko manjših mrežah, recimo 10×10 , pa je širina prehodnega območja precej večja.

V tem gradivu ponazorimo perkolacijski model z 2D kvadratno mrežo s serijo poskusov, kjer zlagamo na mizo 2 vrsti kart s hrbtno stranjo navzgor (npr. rdeče karte ponazorijo prevodne kvadrate, modre pa neprevodne; ni bistveno, če so karte pravokotne oblike namesto kvadratne). Delo poteka v več skupinah učencev/dijakov z različnimi parametri problema, npr. z različnim številskim deležem »prevodnih« kart, postavljanje kart v kvadratno mrežo pa je »slepo« (natančnejša razlaga je v podrobnejših navodilih spodaj). Prevodno pot v vsaki konfiguraciji kart se preveri vizualno (pri majhnih mrežah, kot je na sliki 1a, to ni težko). Gre za nov pedagoški prijem – praktično igro s teorijo verjetnosti, kar bi utegnilo biti za osnovnošolce in dijake dokaj zanimivo. Razen tega pa je ta poskus dokaj nenavaden in je lahko odlična vaja v iznajdljivosti tako učitelja kot učencev/dijakov pri iskanju raznih variacij in optimizacije opisanega poskusa.

Viri:

- [1] D. Stauffer, "Introduction to Percolation Theory", Taylor & Francis, London 1985.
- [2] G. E. Pike and C. H. Seager, "Percolation and Conductivity: A Computer Study", Phys. Rev. B, **10**, 1421 (1974).



- [3] W. J. Boudville and T. C. McGill, "Finite-Size Effects in Two-Dimensional Continuum Percolation", Phys. Rev. B, **39**, 369 (1989).
- [4] F. Lux, "Review: Models Proposed to Explain the Electrical Conductivity of Mixtures Made of Conductive and Insulating Materials", J. Mater. Sci., **28**, 285 (1993).
- [5] A. A. Gusev and O. A. Guseva, "Voltage Breakdown in Random Composites", Adv. Eng. Mater., **5**, 713, (2003).
- [6] M. Ambrožič, "Numerična analiza perkolacijskega praga prevodnosti v kermetih", Obzornik za matematiko in fiziko **51**, št. 5, 144, (2004).
- [7] M. Valant, A. Dakskobler, M. Ambrožič, T. Kosmač, "Giant permittivity phenomena in layered BaTiO₃ – Ni composites", J. Eur. Ceram. Soc. **26**, 891, (2006).

B) Praktični del

1 SPLOŠNA NAVODILA ZA UČITELJA

Tik pred izvedbo testiranja gradiva naj učitelj zelo na kratko razloži pomen perkolacijske teorije, kot je nakazano v teoretičnem delu zgoraj. Za to naj si vzame do 5 minut. Priporočljivo je, da učencem/dijakom prikaže s projektorjem zgornje slike modela s kvadratno mrežo (ali pa naj to skicira na tablo). Pred-test in po-test naj trajata tudi točno po 8 minut. Ni nujno, da se učitelj odloči zanju, vendar pa sta priporočljiva že zato, ker navajata k logičnemu razmišljanju. Preostali čas naj poteka poskus po skupinah. Poskus in obravnava perkolacije nista mišljena kot nadomestitev ene od klasičnih ur fizike, temveč kot dodatna zanimivost pri nerazporejenih urah v učnem načrtu. **Pred poskusom in med njim je najpomembnejše, da učencem/dijakom res jasno razložite razliko med obema verjetnostnima parametroma: p in P , zato da bodo vedeli, kaj sploh v poskusu »merijo«.** Za dodaten trening perkolacijske metode doma pa lahko učenci/dijaki preskusijo doma dva priložena perkolacijski programa: prekol2D.exe in mreza-kocke.exe. Prvi je napisan v delphi pascalu in preveden v exe program za DOS, vendar pa se z dvojnim klikom nanj lahko zažene kar iz operacijskega sistema Windows. Ta program je namenjen bolj statistični analizi perkolacije. Drugi program, napisan v Javi, pa ima lepo grafiko za vizualizacijo poskusa (napisal ga je dijak).



2 PODROBNEJŠA NAVODILA+časovni potek

2.1 VRSTNI RED IN TRAJANJE DOGODKOV

- Kratka razlaga perkolacijske teorije: do 5 minut; potem razdelitev pred-testov
- Pred-test: natančno 8 minut (učitelj pobere pred-teste)
- Poskus po skupinah: 20 do 25 minut
- Poročanje vodij skupin: nekaj minut;
- Domača naloga: učenci si sami narišejo doma graf $P(p)$ po vzoru slike 3; priporočljiva je tudi uporaba dveh priloženih programov: perko2D.exe in mreza-kocke.exe
- Naslednja šolska ura fizike: pisanje po-testa, natančno 8 minut

Učencem/dijakom predhodno uro naročite, da prinesejo za izvedbo poskusa čim več kompletov kart z dvema različnima barvama hrbtne strani.

2.2 OPIS POSKUSA IN POROČANJE

2.2.1 POTREBŠČINE: več kompletov igralnih kart (npr. za remi ali poker, tako da ima vsak komplet hrbtne strani kart v dveh različnih barvah, npr. rdeči in modri;) tako da se da v skupini sestaviti kvadratno mrežo vsaj 6×6 . Namesto kart se lahko uporabi kaj drugega: lističe z dvema različnima barvama, itd.

2.2.2 POTEK: Za vsako skupino naj učitelj izbere, koliko kart od 36 naj bo »prevodnih«. To število naj bo v bližini perkolacijskega praga $\sim 60\%$ (zaokroženo pomeni to 22 rdečih kart od 36). Za različne skupine naj se število »prevodnih« kart giblje v bližini perkolacijskega praga, npr. 18, 20, 22, 24 in 26 kock, če je 5 skupin. Večja odstopanja od perkolacijskega praga niso smiselna. Potem vsaka skupina vzame iz svojega kompletov pravo število rdečih in modrih kart, s katerimi bo delala verjetnostni poskus. Skupina naj si tudi izračuna verjetnost p . Če je npr. 20 prevodnih kock od 36, potem je $p = 20/36 \approx 55,6\%$. Če le gre, naj poteka delo v skupini dovolj hitro, da se izvede 10 postavitev (zaradi grobega določanja perkolacijske verjetnosti P) različnih konfiguracij 6×6 kart. Pri postavitvi ene naključne konfiguracije naj delo poteka na naslednji način. Skupina na mizi dobro »premeša« med seboj karte, tako da so v gruči čim bolj naključno razporejene karte obeh barv. Potem en učenec v skupini z zaprtimi ali zavezanimi očmi jemlje karte iz gruče (verjetno bo treba nekoliko voditi njegovo roko) in jih podaja sošolcu, ki jih po vrsti (po vrsticah) postavlja na mizo v kvadrat. Ko je razporejenih vseh 36 kart, skupina hitro preveri, ali je nastala prevodna pot med namišljenima elektrodama ali ne. Zapiše si rezultat DA ali NE. To naredi 10-krat, tako da lahko nazadnje grobo izračuna perkolacijsko verjetnost: $P = (\text{število konfiguracij z DA})/10$.

2.2.3 VARIACIJA OPISANEGA POSKUSA: Namesto zgoraj opisane variante se lahko karte (potem, ko je bilo odbrano pravo število kart z eno in drugo hrbtno stranjo) premešajo in obrnejo s sprednjo stranjo navzgor. Potem učenec/dijak naključno jemlje karte z mize, jih sproti obrača s hrbtno stranjo navzgor in zlaga po vrsti (po vrsticah) v kvadratno mrežo. To lahko počne vsakdo sam, zato se lahko poskus izvede individualno namesto skupinskega dela (seveda, če ima vsakdo svoj komplet kart). V tem primeru je tudi več možnosti za dobro



statistiko. Na primer: po 5 učencev/dijakov lahko dela z enako verjetnostjo p , tako da lahko nazadnje izračunamo povprečje njihovih rezultatov za funkcijo $P(p)$.

2.2.4 POROČANJE: Po končanem poskusu vodje skupin ali posamezniki pri individualnem delu poročajo o dobljenih vrednostih P za različne vrednosti p . Pare $P(p)$ naj si zapišejo vsi učenci/dijaki, zato da lahko doma narišejo ustrezni diagram. Diagrami, ki jih učenci dobijo, so po kakovosti seveda daleč od krivulj na sliki 3, ki so bile dobljene z obsežnimi Monte Carlo simulacijami na hitrem računalniku. Vendar pa diagrami vseeno dajo kvalitativno sliko.

2 REŠITVE PRED-TESTA IN PO-TESTA

Pred-test:

1) Na izvir električne napetosti je priključen upornik z majhnim uporom. Nato dodamo še en vzporedno vezan upornik s praktično neskončnim uporom (električni izolator). Ali pri tej vezavi teče skozi izvir napetosti kak tok?

A) Ne vem.

B) Ne.

☒ C) Da.

Č) Da, vendar je tok izredno majhen.

2) Na baterijo je priključen upornik z uporom $10\ \Omega$. Skozi baterijo teče tok $0,9\ \text{A}$. Nato dodamo še tri upore po $1\ \text{G}\Omega$, vezane vzporedno. Kolikšen je potem tok skozi baterijo?

☒ A) Praktično enak kot prej.

B) Praktično nič.

C) Četrtno prejšnje vrednosti, to je $0,225\ \text{A}$.

Č) 4-krat več kot prej, to je $3,6\ \text{A}$.

3) Na izvir električne napetosti je priključen upornik z majhnim uporom. Nato dodamo še en zaporedno vezan upornik s praktično neskončnim uporom (električni izolator). Ali pri tej vezavi teče skozi izvir napetosti kak tok?

A) Ne vem.

☒ B) Ne.

C) Da.

Č) Da, in to precej večji tok kot prej, ko je bil v tokokrogu le majhen upor.

4) Na baterijo je priključen upornik z uporom $10\ \Omega$. Skozi baterijo teče tok $0,9\ \text{A}$. Nato dodamo še tri upore po $1\ \text{G}\Omega$, tako da so vsi 4 upori vezani zaporedno. Kolikšen je potem tok skozi baterijo?

A) Praktično enak kot prej.

☒ B) Praktično nič.

C) Četrtno prejšnje vrednosti, to je $0,225\ \text{A}$.

Č) 4-krat več kot prej, to je $3,6\ \text{A}$.

5) Dve žici enakih dimenzij, ena je iz slabšega, druga pa iz precej boljšega električnega prevodnika, zvežeš zaporedno (eno za drugo) na isti izvir napetosti. Kako je s tokoma po žicah in padcema napetosti na njih?

A) Toka in padca napetosti sta enaka za obe žici.

B) Oboje, tok in padec napetosti, je večje pri žici iz boljšega prevodnika.



- C) Oboje, tok in padec napetosti, je večje pri žici iz slabšega prevodnika.
Č) Pri žici iz slabšega prevodnika je tok manjši kot pri drugi, padec napetosti pa je večji.
D) Pri žici iz slabšega prevodnika je tok večji kot pri drugi, padec napetosti pa je manjši.
☒ E) Oba toka sta enaka, vendar je pri žici iz slabšega prevodnika večji padec napetosti kot pri drugi.
F) Oba padca napetosti sta enaka, vendar je pri žici iz slabšega prevodnika tok večji kot pri drugi.
G) Nobeden od zgornjih odgovorov ni pravilen.

6) Električna upornost (ali električni specifični upor) in električna prevodnost snovi sta si obratni fizikalni veličini. Če označimo električno upornost z grško črko ζ (zeta), prevodnost pa s σ (sigma), potem velja: $\sigma = 1/\zeta$. Kaj to pomeni za odličen (idealni) električni izolator?

- A) $\zeta = 0$, $\sigma = 0$.
☒ B) $\zeta = \infty$ (neskončno), $\sigma = 0$.
C) $\zeta = 0$, $\sigma = \infty$.
Č) $\zeta = \infty$, $\sigma = \infty$.
D) Nimam pojma.

7) Perkolacijska teorija električnega prevajanja v snovi se v bistvu ukvarja z zapleteno kombinacijo (»vezavo«) dobrih električnih prevodnikov in električnih izolatorjev. Kaj misliš, katero je eno od ključnih vprašanj perkolacijske teorije prevodnosti?

- A) Kolikšen je električni upor prevodnih delcev v snovi?
B) Kolikšen je električni upor neprevodnih delcev v snovi?
☒ C) Vsaj kolikšen mora biti prostorninski delež prevodnih delcev, da celotna snov prevaja električni tok?
Č) Kolikšno je razmerje med električnim tokom skozi prevodne delce in tokom skozi neprevodne delce?
D) Kolikšna je električna napetost na prevodnih delcih in kolikšna na neprevodnih?

8) Perkolacijske teorije ne uporabljajo samo pri električni prevodnosti kompozitnih materialov (npr. neprevodne keramike s prevodnimi kovinskimi delci), temveč marsikje drugje, npr. pri študiju pronicanja vode skozi porozne kamnite plasti. Kaj imata torej ta dva na videz popolnoma različna pojava skupnega oziroma ali obstaja kakšna analogija med njima?

- A) Pojava nimata prav nič skupnega, to da se z obema ukvarja perkolacijska teorija, je le naključje.
☒ B) Pore v kamnini ustrezajo kovinskim delcem, kamnina sama pa keramiki.
C) Pore v kamnini ustrezajo keramiki, kamnina sama pa kovinskim delcem.

Po-test:

1) Na akumulator je priključen upornik z majhnim uporom. Nato dodamo še en vzporedno vezan upornik z 10^6 -krat večjim uporom. Ali se tok skozi akumulator z dodanim upornikom kaj spremeni?

- A) Ne.
B) Da, zelo se poveča.
C) Da, zelo se zmanjša.
☒ D) Da, zelo malo se poveča.
D) Da, zelo malo se zmanjša.

2) Na izvir električne napetosti je priključen upornik z majhnim uporom, med njim in eno od priključnih žic pa je tanka izolacijska plast. Ali teče skozi upornik kak tok?

- ☒ A) Ne.
B) Da, če je izolacijska plast tanjša od 1 mm.



- C) Da, če je izolacijska plast debelejša od 1 mm.
Č) Da, če je upornik krajši od 1 cm, neodvisno od debeline izolacijske plasti.
C) Da, če je upornik krajši od 1 cm, izolacijska plast pa tanjša od 1 mm.

3) Dve žici enakih dimenzij, ena je iz slabšega, druga pa iz precej boljšega električnega prevodnika, zvežeš zaporedno (eno za drugo) na isti izvir napetosti. Kako je s tokoma po žicah in padcema napetosti na njih?

- A) Toka in padca napetosti sta enaka za obe žici.
B) Pri žici iz slabšega prevodnika je tok manjši kot pri drugi, padec napetosti pa je večji.
C) Pri žici iz slabšega prevodnika je tok večji kot pri drugi, padec napetosti pa je manjši.
Č) Oba toka sta enaka, vendar je pri žici iz slabšega prevodnika manjši padec napetosti kot pri drugi.
D) Oba padca napetosti sta enaka, vendar je pri žici iz slabšega prevodnika tok večji kot pri drugi.
E) Oboje, tok in padec napetosti, je večje pri žici iz boljšega prevodnika.
F) Oboje, tok in padec napetosti, je večje pri žici iz slabšega prevodnika.
☒ G) Nobeden od zgornjih odgovorov ni pravilen.

4) Jantar je odličen električni izolator. Katera od spodnjih trditev je po tvojem resnična?

- A) Specifični upor jantarja je $10^{21} \Omega \cdot m$, prevodnost pa $10^{21}/(\Omega \cdot m)$.
B) Specifični upor jantarja je $10^{-21} \Omega \cdot m$, prevodnost pa $10^{-21}/(\Omega \cdot m)$.
☒ C) Specifični upor jantarja je $10^{21} \Omega \cdot m$, prevodnost pa $10^{-21}/(\Omega \cdot m)$.
Č) Specifični upor jantarja je $10^{-21} \Omega \cdot m$, prevodnost pa $10^{21}/(\Omega \cdot m)$.

5) Ko kemiki in drugi inženirji sestavljajo kompozitni material iz prevodne in neprevodne komponente, morajo poznati perkolacijski prag, to je, kolikšen mora biti prostorninski delež prevodne komponente, da celotna snov prevaja električni tok. Vendar kemiki raje merijo masne deleže kot prostorninske deleže snovi, ker je tehtanje lažje od merjenja volumna. Katera dva podatka še potrebujejo za preračun med prostorninskim in masnim deležem komponent materiala?

- A) Atomske mase obeh komponent.
B) Valenci obeh komponent.
C) Agregatni stanji obeh komponent.
☒ D) Gostoti obeh komponent.
D) Nobenega dodatnega podatka, saj je masni delež snovi kar enak prostorninskemu.

6) Malo prostorske predstave. Zamisli si, da ima švicarski sir ravno dovolj lukenj, da »perkolira«, to je, da voda pricurlja skozi luknje na spodnjo stran, če jo nalijemo v luknje na vrhu sira. Ali lahko takšen sir sploh stoji skupaj?

- A) Nikakor; če je lukenj toliko, da pride voda skozi, potem sir nujno razpade na več kosov.
☒ B) Da, sir se lahko še vedno drži skupaj.

7) Spet sir z dovolj luknjami, da voda pricurlja skozi! Kaj misliš, približno kolikšen mora vsaj biti prostorninski delež lukenj v siru, da voda pronica?

- A) 10 %.
☒ B) 30 %.
C) 50 %.
Č) 70 %.

8) Perkolacijska teorija je dokaj interdisciplinarna. Kljub temu: v katero vedo po tvojem najbolj spada?

- ☒ A) V matematiko.
B) V fiziko.
C) V kemijo.



- Č) V biologijo.
D) V geologijo.

Vsi vprašanja so enakovredna in vsak pravilen odgovor šteje po 1 točko. Če želite statistično primerjati uspeh pred-testa in po-testa, si za obdelavo rezultatov lahko pomagate s priloženim Excelovim dokumentom *evalvacija.xls*. Tam so tudi podrobna navodila njegove uporabe.

3 UPORABA PEKOLACIJSKIH PROGRAMOV

3.1 perkol2D.exe

Učenci/dijaki naj ga doma poženejo kar z dvojnim klikom miške; odprlo se jim bo DOS okno. Izpis sicer ni lepo grafičen, vendar ne škodi, če učenci malo spoznajo pogoje sodobnih operacijskih sistemov. Učitelji, testirajte najprej program sami. Program je koristen, ker bodo videli, kako program simulira 2D konfiguracije prevodnih in neprevodnih kvadratkov, in to veliko hitreje, kot gre z zlaganjem kart v šoli. Učencem/dijakom svetujte naslednje:

1. Primerna velikost mreže je okrog 20, če hočejo gledati konfiguracije, ker gre še lepo izpis na zaslon. Svetujte jim, naj takrat, ko računalnik preveri konfiguracijo in javi »Perkolira !!!«, sami poskusijo najti prevodno pot med elektrodama po P -jih. Če pa hočejo imeti le končni rezultat za veliko število ponovitev konfiguracij, naj nikar ne gledajo vsakokratnih konfiguracij.
2. Verjetnost za prevodne kvadratke naj bo 50% in več (lahko ta delež postopoma in sistematično zvišujejo od 50 % navzgor, da opazijo, kako se povečuje verjetnost perkolacije). Tudi ta program lahko uporabijo za račune $P(p)$ in primerjalni izris grafa (primerjava z grobim grafom iz šolskih poskusov).
3. Število ponovitev je lahko 1000 ali več, če imajo dovolj potrpežljivosti, da počakajo na izpis končnega rezultata. Tako je izračun verjetnosti P zanesljivejši.

Ta program lahko predvsem dijaki uporabijo za obširnejšo seminarsko nalogo, kjer sistematično lahko narišejo precej natančne grafe $P(p)$ za različno velike mreže. V tem primeru naj na začetku programa izberejo opcijo NE (da jim program ne kaže sprotnih konfiguracij). Velikost mreže lahko vzamejo do 200×200 , vendar je pri velikih mrežah račun počasnejši. Za število ponovitev si lahko izberejo npr. vrednost 1000 ali pa še več (odvisno od izbranih velikosti mreže in od obsežnosti naloge), da je statistični račun bolj veljaven. Zanimivo je predvsem izbrati različne manjše vrednosti velikosti mreže $M \times M$, npr. od 10×10 do 50×50 , kjer se da lepo videti, kako se širina prehodnega območja (ki je precej širše kot na sliki 3), močno spreminja z M . Dijaki se morajo znajti sami, da pri vsakem M poiščejo smiselni interval in drobitev vrednosti p .

3.2 direktorij mreza-kocke, program perkolacija.exe

Učenci/dijaki naj ga doma poženejo kar z dvojnim klikom miške, je pa napisan za WINDOWS. Program je napisan v Javi. Ima lepo grafično ponazoritev prevodnih in neprevodnih kock, gleda pa se prevodna pot med levo in desno stranico mreže, ne med spodnjo in zgornjo. Na to razliko opozorite učence/dijake. Tudi pri tem programu lahko spreminjamo velikost mreže, vendar največ do 8×8 . Spreminjamo tudi verjetnost p za



REPUBLIKA SLOVENIJA

MINISTRSTVO ZA ŠOLSTVO IN ŠPORT

www.mss.gov.si, e: gp.mss@gov.si
Masarykova 16, 1000 Ljubljana
t: 01 400 54 00, f: 01 400 53 21



Naložba v vašo prihodnost
OPERACIJO DELNO FINANCIRA EVROPSKA UNIJA
Evropski socialni sklad



prevodne kocke. Prevodne kocke so kovinske, neprevodne pa lesene. Program pa ne izpiše končne vrednosti P za perkolacijsko verjetnost.

PRILOGE:

- Pred-test: [pred-test.doc](#)
- Po-test: [po-test.doc](#)
- Perkolacijska programa: [perkol2D.exe](#) in [perkolacija.exe](#) (drugi program je v svojem poddirektoriju [mreza-kocke](#))
- Evalvacijski excelov program: [evalvacija.xls](#)